

# Examen de fin de año, 7º grado, clave de respuestas

Si utiliza esta prueba para evaluar la preparación de un estudiante para Álgebra 1, le recomiendo que obtenga una puntuación mínima del 80 % en las primeras cuatro secciones (Números enteros, razones, proporciones y porcentajes). El subtotal de estas secciones es de 120 puntos. Una puntuación de 96 puntos equivale al 80 %.

También recomiendo que el profesor o los padres repasen con el alumno las áreas temáticas en las que pueda tener dificultades. Los alumnos que obtengan entre un 70 % y un 80 % en las primeras cuatro secciones también pueden continuar con Álgebra 1, dependiendo del tipo de errores (errores por descuido o por no recordar algo, en comparación con la falta de comprensión). Usen su criterio.

Puede usar las últimas cuatro secciones para evaluar el dominio que el estudiante tiene de los temas del programa de estudios de Math Mammoth Grade 7. Sin embargo, dominar esas secciones no es esencial para que el estudiante tenga éxito en un curso de Álgebra 1.

Los dos problemas de geometría marcados con un asterisco (\*) están fuera del alcance de Common Core Standards (los Estándares Básicos Comunes) para séptimo grado.

**No se permite el uso de calculadora en las tres primeras secciones del examen: Números enteros, Números racionales y Álgebra. Se permite el uso de una calculadora básica en las cuatro últimas secciones del examen: Razones, proporciones y porcentajes; Geometría, probabilidad y estadística.**

Mi sugerencia de puntos por artículo es la siguiente.

| Pregunta #                | Puntos máximos | Puntuación del estudiante |
|---------------------------|----------------|---------------------------|
| <b>Números enteros</b>    |                |                           |
| 1                         | 2 puntos       |                           |
| 2                         | 2 puntos       |                           |
| 3                         | 2 puntos       |                           |
| 4a-f                      | 6 puntos       |                           |
| 4g-i                      | 6 puntos       |                           |
| 5                         | 2 puntos       |                           |
| 6                         | 2 puntos       |                           |
| 7                         | 3 puntos       |                           |
| <i>total parcial</i>      |                | / 25                      |
| <b>Números racionales</b> |                |                           |
| 8                         | 3 puntos       |                           |
| 9                         | 3 puntos       |                           |
| 10                        | 4 puntos       |                           |
| 11                        | 4 puntos       |                           |
| 12                        | 6 puntos       |                           |
| 13                        | 2 puntos       |                           |
| 14                        | 4 puntos       |                           |
| <i>total parcial</i>      |                | / 26                      |
| <b>Álgebra</b>            |                |                           |
| 15                        | 6 puntos       |                           |
| 16                        | 3 puntos       |                           |
| 17                        | 8 puntos       |                           |
| 18                        | 12 puntos      |                           |
| 19                        | 2 puntos       |                           |

| Pregunta #                                   | Puntos máximos                            | Puntuación del estudiante |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| 20                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 21                                           | 4 puntos                                  |                           |
| 22a                                          | 2 puntos                                  |                           |
| 22b                                          | 1 punto                                   |                           |
| <i>total parcial</i>                         |                                           | / 40                      |
| <b>Razones, proporciones y porcentajes</b>   |                                           |                           |
| 23                                           | 4 puntos                                  |                           |
| 24a                                          | 1 punto                                   |                           |
| 24b                                          | 2 puntos                                  |                           |
| 24c                                          | 1 punto                                   |                           |
| 24d                                          | 1 punto                                   |                           |
| 25a                                          | 1 punto                                   |                           |
| 25b                                          | 2 puntos                                  |                           |
| 26                                           | Proportion: 1 punto<br>Solution: 2 puntos |                           |
| 27                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 28                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 29                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 30                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 31                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 32                                           | 2 puntos                                  |                           |
| 33                                           | 2 puntos                                  |                           |
| <i>total parcial</i>                         |                                           | / 29                      |
| <b>SUBTOTAL DE LAS 4 PRIMERAS SECCIONES:</b> |                                           | <b>/120</b>               |

| Pregunta #           | Puntos máximos | Puntuación del estudiante |
|----------------------|----------------|---------------------------|
| <b>Geometría</b>     |                |                           |
| 34a                  | 2 puntos       |                           |
| 34b                  | 2 puntos       |                           |
| 35                   | 3 puntos       |                           |
| 36                   | 2 puntos       |                           |
| 37a                  | 2 puntos       |                           |
| 37b                  | 2 puntos       |                           |
| 37c                  | 1 punto        |                           |
| 38                   | 2 puntos       |                           |
| 39a                  | 1 puntos       |                           |
| 39b                  | 3 puntos       |                           |
| 40                   | 2 puntos       |                           |
| 41                   | 2 puntos       |                           |
| 42                   | 3 puntos       |                           |
| 43a                  | 2 puntos       |                           |
| 43b                  | 2 puntos       |                           |
| 44                   | 3 puntos       |                           |
| 45a                  | 2 puntos       |                           |
| 45b                  | 1 punto        |                           |
| 46a                  | 1 punto        |                           |
| 46b                  | 1 punto        |                           |
| 47a                  | 1 punto        |                           |
| 47b                  | 1 punto        |                           |
| <i>total parcial</i> |                | / 41                      |

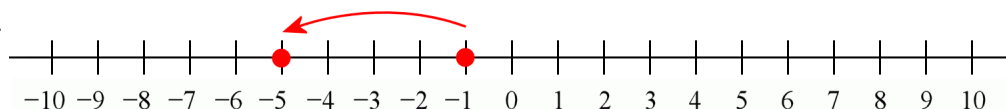
| Pregunta #                                  | Puntos máximos | Puntuación del estudiante |
|---------------------------------------------|----------------|---------------------------|
| <b>Probabilidad</b>                         |                |                           |
| 48                                          | 3 puntos       |                           |
| 49a                                         | 2 puntos       |                           |
| 49b                                         | 1 punto        |                           |
| 49c                                         | 1 punto        |                           |
| 49d                                         | 1 punto        |                           |
| 50                                          | 3 puntos       |                           |
| 51                                          | 3 puntos       |                           |
| <i>total parcial</i>                        |                | /14                       |
| <b>Estadística</b>                          |                |                           |
| 52                                          | 2 puntos       |                           |
| 53a                                         | 1 punto        |                           |
| 53b                                         | 2 puntos       |                           |
| 53c                                         | 2 puntos       |                           |
| 54                                          | 2 puntos       |                           |
| 55a                                         | 1 punto        |                           |
| 55b                                         | 1 punto        |                           |
| 55c                                         | 1 punto        |                           |
| <i>total parcial</i>                        |                | /12                       |
|                                             |                |                           |
| <b>SUBTOTAL DE LAS ÚLTIMAS 3 SECCIONES:</b> |                | <b>/67</b>                |
|                                             |                |                           |
| <b>TOTAL</b>                                |                | <b>/187</b>               |



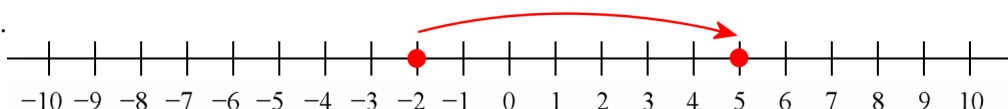
## Números enteros

- Las respuestas variarán. Compruebe la respuesta del estudiante.  $-15 + 10 = -5$ . Por ejemplo: Un pez que nadaba a una profundidad de 15 pies subió 10 pies y ahora está a 5 pies por debajo de la superficie. O bien, María le debía a su madre 15 dólares. Le pagó 10 dólares y ahora solo le debe 5 dólares. O bien, la temperatura era de  $-15^\circ$ . Subió 10 grados y ahora es de  $-5^\circ$ .
- Las respuestas variarán. Compruebe la respuesta del estudiante.  $4 \cdot (-2) = -8$ . Por ejemplo: Un ion tiene una carga de  $-2$ . Cuatro iones de este tipo tienen una carga de  $-8$ . O bien, cuatro estudiantes compraron helado por \$2 cada uno, pero ninguno tenía dinero consigo. Cada uno pidió prestados \$2 a un profesor. Ahora, su deuda total es de \$8. O bien, un palo llega a 2 m por debajo de la superficie del lago. Si colocamos cuatro palos de este tipo uno tras otro, llegarán a una profundidad de 8 m por debajo de la superficie.

3. a.



b.



4. a. 2      b.  $-1$       c. 25  
 d. 24      e.  $-12$       f. 12  
 g.  $-44 - 20 = \underline{-64}$       h.  $-16 + 36/(-9) = \underline{-20}$       i.  $-1/2 + 10 = 9 \frac{1}{2}$

5.  $|-5 - (-15)| = |10| = 10$

6. Los números podrían ser:  $a = 8$  y  $b = -7$  o  $a = 7$  y  $b = -8$ .

7. a.  $-1/8$       b.  $-1/4$       c.  $4 \frac{1}{5}$

## Números racionales

8. a.  $1748/10,000$       b.  $-483/100,000$       c.  $2 \frac{43928}{1,000,000}$

9. a.  $-0.0028$       b. 24.93      c. 7.01338

10. a. 0.53846      b.  $1.\overline{81}$

11.

a.  $1.2 \cdot 25 = 30$

Las respuestas pueden variar. Revise la respuesta del estudiante. Por ejemplo: El precio de unas tijeras que cuestan \$25 aumenta un 20%. El nuevo precio es de \$30.

O bien, un segmento de línea de 25 cm de largo se escala por un factor de 1.2 y pasa a medir 30 cm.

O bien, el descanso para almorzar, que antes duraba 25 minutos, aumenta en  $1/5$ . Ahora dura 30 minutos.

b.  $(3/5) \div 4 = (3/5) \cdot (1/4) = 3/20$ .

Las respuestas pueden variar. Revise la respuesta del estudiante. Por ejemplo: Quedan  $3/5$  de una pizza grande y cuatro personas la comparten a partes iguales. Cada persona recibe  $3/20$  de la pizza original.

O bien, un terreno de  $3/5$  de milla cuadrada se divide en cuatro partes iguales. Cada parte mide  $3/20$  de milla cuadrada.  $= 15/100$  de milla cuadrada  $= 0.15$  de milla cuadrada.

12.

|                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a. $-\frac{2}{7} \cdot \left(-3\frac{5}{8}\right) = -\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{29}{8}\right) = \frac{1}{7} \cdot \frac{29}{4} = \frac{29}{28}$<br>$= \frac{1}{7} \cdot \frac{29}{4} = \frac{29}{28} = 1\frac{1}{28}$ | b. $27.5 \div 0.6$<br>$= 275 \div 6$<br>$= 45.8\bar{3}$                                                                                                                   |
| c. $-0.7 \cdot 1.1 \cdot (-0.001)$<br>$= 0.00077$                                                                                                                                                                         | d. $(-0.12)^2 = 0.0144$                                                                                                                                                   |
| e. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{12}}$<br>$= \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$                                                                                  | f. $\frac{5\frac{1}{2}}{-\frac{7}{8}}$<br>$= \frac{11}{2} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right) = \frac{11}{1} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{44}{7} = -6\frac{2}{7}$ |

13.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a. $-\frac{1}{6} \cdot 1.2$<br>Si utilizamos aritmética de fracciones, esto se convierte en:<br>$= -\frac{1}{6} \cdot \frac{12}{10} = -\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{10} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$<br>Si usamos aritmética decimal, obtenemos<br>$-\frac{1}{6} \cdot 1.2 = 1.2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 1.2 \div (-6) = -0.2$ | b. $-\frac{2}{5} \div (-0.1)$<br>Si usamos aritmética decimal, esto se convierte en:<br>$-0.4 \div 0.1 = 4$ (porque $4 \cdot 0.1 = 0.4$ ).<br>Con aritmética fraccionaria, obtenemos:<br>$-\frac{2}{5} \div \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{1} = 4$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

14.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a. $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cdot (-0.8) = -0.5 + 2.5 \cdot (-0.8)$<br>$= -0.5 + (-2) = -2.5$<br>O bien, con fracciones: $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cdot (-0.8)$<br>$= -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{8}{10}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{1} \cdot \left(-\frac{4}{2}\right)$<br>$= -\frac{1}{2} + (-2) = -2\frac{1}{2}$ | b. $\frac{5}{8} \cdot 0.4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 1.25$<br>$= \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 1.25$<br>$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 1.25 = -\frac{2}{12} - \frac{5}{4}$<br>$= -\frac{2}{12} - \frac{15}{12} = -\frac{17}{12} = -1\frac{5}{12}$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Álgebra

15.

|               |             |                  |
|---------------|-------------|------------------|
| a. $15s - 10$ | b. $5x^4$   | c. $3a + 3b - 6$ |
| d. $1.02x$    | e. $2w - 4$ | f. $-3.9a + 0.5$ |

16.

|                              |                              |                                          |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| a. $7x + 14$<br>$= 7(x + 2)$ | b. $15 - 5y$<br>$= 5(3 - y)$ | c. $21a + 24b - 9$<br>$= 3(7a + 8b - 3)$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|

17.

|                                                                                                       |                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a. $2x - 7 = -6$<br>$2x = 1$<br>$x = 1/2$<br>$\left  \begin{array}{l} + 7 \\ - 2 \end{array} \right.$ | b. $2 - 9 = -z + 4$<br>$-7 = -z + 4$<br>$-11 = -z$<br>$z = 11$<br>$\left  \begin{array}{l} - 4 \\ \div (-1) \end{array} \right.$ |
| c. $120 = \frac{c}{-10}$<br>$-1200 = c$<br>$c = -1200$<br>$\left  \cdot (-10) \right.$                | d. $2(x + 1/2) = -15$<br>$2x + 1 = -15$<br>$2x = -16$<br>$x = -8$<br>$\left  \begin{array}{l} - 1 \\ \div 2 \end{array} \right.$ |

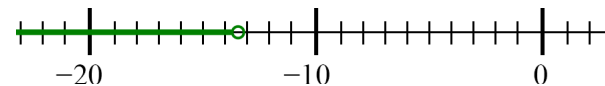
18.

|                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a. $\frac{2}{3}x = 266$<br>$2x = 798$<br>$x = 399$<br>$\left  \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \div 2 \end{array} \right.$                 | b. $x + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$<br>$x = \frac{3}{8} - 1\frac{1}{2}$<br>$x = \frac{3}{8} - \frac{12}{8} = -\frac{9}{8} = -1\frac{1}{8}$<br>$\left  - 1\frac{1}{2} \right.$ |
| c. $-5y + 9y - 2 + y = 10$<br>$5y - 2 = 10$<br>$5y = 12$<br>$y = 12/5$<br>$\left  \begin{array}{l} + 2 \\ \div 5 \end{array} \right.$ | d. $2(x + 7) - 3x = -36$<br>$2x + 14 - 3x = -36$<br>$14 - x = -36$<br>$-x = -50$<br>$x = 50$<br>$\left  \begin{array}{l} - 14 \\ \div (-1) \end{array} \right.$               |
| e. $\frac{y+6}{-2} = -10$<br>$y + 6 = 20$<br>$y = 14$<br>$\left  \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ - 6 \end{array} \right.$              | f. $\frac{w}{2} - 3 = 0.8$<br>$w - 6 = 1.6$<br>$w = 7.6$<br>$\left  \begin{array}{l} \cdot 2 \\ + 6 \end{array} \right.$                                                      |

19. De la fórmula  $d = vt$ , obtenemos que  $t = d/v$ . En este caso,  $t = 0.8 \text{ km} / (12 \text{ km/h}) = 0.8 / 12 \text{ h} = 8 / 120 \text{ h} = 1/15 \text{ h}$ .  
 $= 1/15 \text{ h} \cdot (60 \text{ min/h}) = \underline{4 \text{ minutos}}$ . Esto es razonable, ya que la distancia que corrió es bastante corta.

20. Sea  $x$  el lado del hexágono regular. También es el lado más corto del rectángulo. Entonces, el perímetro es  $6x + 30$ .  
La ecuación es  $6x + 30 = 72$ , de donde  $6x = 42$  y  $x = 7$ . El lado del hexágono mide 7 unidades.

21.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a. <math>3x - 7 &lt; 83</math>     <math>+ 7</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>3x &lt; 90</math>     <math>\div 3</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>x &lt; 30</math></p>  | <p>b. <math>-2x - 16.3 &gt; 10.5</math>     <math>+ 16.3</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>-2x &gt; 26.8</math>     <math>\div (-2)</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>x &lt; -13.4</math></p>  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

22. a. Sea  $n$  el número de cajas. El costo de las cajas con descuento es  $19n - 25$ .  
La desigualdad es  $19n - 25 \leq 170$ . Solución:

$$\begin{array}{rcl}
 19n - 25 & \leq & 170 \\
 + 25 & & \\
 \hline
 19n & \leq & 195 \\
 \div 19 & & \\
 \hline
 n & \leq & 10.26
 \end{array}$$

- b. La solución implica que puedes comprar un máximo de 10 cajas.

## Razones, proporciones y porcentajes

23.

- a. Lily pagó 6 dólares por  $\frac{3}{8}$  de libra de nueces.

$$\frac{\$6}{\frac{3}{8} \text{ lb}} = \$6 \cdot \frac{8}{3} \text{ por lb} = \$16 \text{ por lb}$$

- b. Ryan caminó  $2\frac{1}{2}$  millas en  $\frac{3}{4}$  de hora.

$$\frac{2\frac{1}{2} \text{ mi}}{\frac{3}{4} \text{ h}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} \text{ mi/h} = \frac{20}{6} \text{ mi/h} = 3\frac{1}{3} \text{ mi/h}$$

24. a. La velocidad del ciclomotor es de 30 km/h.

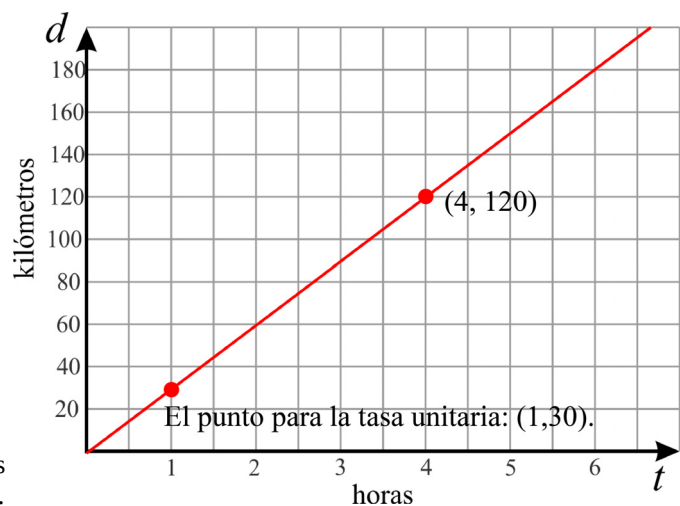
- b. Mira la imagen de la derecha. El punto es (4, 120), y significa que después de conducir 4 horas, la moto ha recorrido 120 km.

c.  $d = 30t$

- d. Mira la imagen. Es el punto (1, 30).

25. a. El Toyota Prius tiene mejor rendimiento de combustible, porque obtiene 565 millas/11.9 galones  $\approx 47.48$  millas/gal mientras que el Honda Accord obtiene 619 millas/17.2 galones  $\approx 35.99$  millas/gal.

- b. El costo de conducir 300 millas con un Toyota Prius es  $300 \text{ millas} \cdot (11.9 \text{ gal}/565 \text{ millas}) \cdot \$3.19/\text{gal} \approx \$20.16$ .  
El costo de conducir 300 millas con un Honda Accord es  $300 \text{ millas} \cdot (17.2 \text{ gal}/619 \text{ millas}) \cdot \$3.19/\text{gal} \approx \$26.59$ .  
La diferencia es  $\$26.59 - \$20.16 = \underline{\$6.43}$ .



26. Las proporciones varían, ya que existen varias maneras de escribirlas correctamente. Aquí le mostramos cuatro de las formas correctas. Además de estas cuatro, obtendrás cuatro más intercambiando los lados derecho e izquierdo de estas cuatro ecuaciones.

|                                                                    |                                                                    |                                                                    |                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| $\frac{600 \text{ ml}}{554 \text{ g}} = \frac{5000 \text{ ml}}{x}$ | $\frac{554 \text{ g}}{600 \text{ ml}} = \frac{x}{5000 \text{ ml}}$ | $\frac{5000 \text{ ml}}{600 \text{ ml}} = \frac{x}{554 \text{ g}}$ | $\frac{600 \text{ ml}}{5000 \text{ ml}} = \frac{554 \text{ g}}{x}$ |
|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|

Lo fundamental es que, en cada uno de los casos correctos,  $x$  termina multiplicándose por 600 ml en la multiplicación cruzada. Si  $x$  termina multiplicándose por 554 g o 5000 ml en la multiplicación cruzada, la proporción está mal planteada.

Aquí se muestra el proceso de solución para una de las proporciones anteriores. Cada una de las demás tiene la misma solución final,  $x = 4617 \text{ g}$ .

$$\frac{600 \text{ ml}}{554 \text{ g}} = \frac{5000 \text{ ml}}{x}$$

$$600 \text{ ml} \cdot x = 554 \text{ g} \cdot 5000 \text{ ml}$$

$$x = \frac{554 \text{ g} \cdot 5000 \text{ ml}}{600 \text{ ml}}$$

$$x = 4617 \text{ g}$$

27. a. Estas dos cantidades *no* son proporcionales. Por ejemplo, si comparamos el precio de las papas de 5 libras con el de 20 libras, el peso se cuadruplica, pero el precio aumenta aproximadamente 3.5 veces (de \$4.50 a \$16). O bien, cuando el peso se triplica, de 5 libras a 15 libras, el precio no se triplica, sino que pasa de \$4.50 a \$13.

Otra forma de verlo es que, al principio de la tabla, los pesos aumentan de 5 libras hasta llegar a 20 libras, pero el costo no aumenta en la misma proporción. En cambio, el costo aumenta primero en \$4.50, luego en \$4 y finalmente en \$3.

- b. No es necesario responder a esto, ya que las cantidades no son proporcionales.

28. Ella puede retirarse  $\$2500 \cdot 0.08 \cdot 3 + \$2500 = \$600 + \$2500 = \underline{\$3100}$ .

29. Sea  $p$  el precio del dispositivo antes del descuento y el impuesto sobre las ventas. Entonces, el precio después del descuento es  $0.82p$ .

Y el precio después del impuesto sobre las ventas es  $1.055 \cdot 0.82p$ . Obtenemos la ecuación

$$1.055 \cdot 0.82p = 51.82$$

$$0.8651p = 51.82 \quad \bigg| \div 0.8651$$

$$p = 59.90$$

El aparato costaba 59.90 dólares antes del descuento y los impuestos.

30. Tras el aumento de precio del 15%, el precio de la entrada es  $1.15 \cdot \$20 = \$23$ .

Entonces, el precio disminuyó un 25%, es decir,  $0.75 \cdot \$23 = \underline{\$17.25}$ .

31. Sea  $p$  el precio original del colchón. Entonces, Margaret pagó  $0.8p - 30$ . Obtenemos la ecuación:

$$0.8p - 30 = 144 \quad \bigg| + 30$$

$$0.8p = 174 \quad \bigg| \div 0.8$$

$$p = 217.5$$

El colchón costaba originalmente \$217.50.

32. Sea  $r$  la cantidad de lluvia del mes anterior. Entonces,  $1.35r = 10.5 \text{ cm}$ , de donde  $r = 10.5 \text{ cm} / 1.35 \approx \underline{7.8 \text{ cm}}$ .

33. a. El porcentaje de aumento fue  $(72\,000 - 51\,500) / (51\,500) \approx \underline{39.8\%}$ .

- b. Ella tendrá  $1.398 \cdot 72\,000 = 100\,656$  visitantes  $\approx \underline{101\,000 \text{ visitantes}}$ .



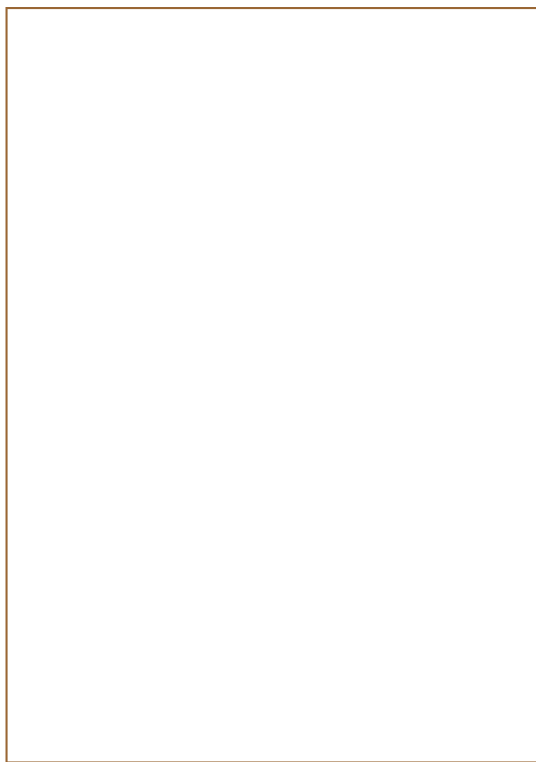
## Geometría

34. a. El rectángulo dado mide 7 cm por 10 cm. Multiplicamos esas medidas por 45 para obtener las dimensiones reales:  
 $7 \text{ cm} \cdot 45 = 315 \text{ cm} = 3.15 \text{ m}$  y  $10 \text{ cm} \cdot 45 = 450 \text{ cm} = 4.5 \text{ m}$ .

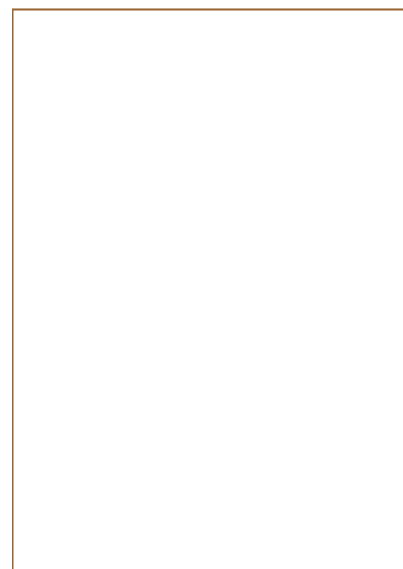
La zona es  $A = 3.15 \text{ m} \cdot 4.5 \text{ m} = 14.175 \text{ m}^2$ .

- b. Las dimensiones de la habitación a escala 1:60 serán  $45/60 = 3/4$  de las dimensiones de la habitación dibujada a escala 1:45. Por lo tanto, el dibujo a escala será más pequeño que el dibujo proporcionado en el problema. El ancho es  $(3/4) \cdot 7 \text{ cm} = 5.25 \text{ cm}$  y la altura es  $(3/4) \cdot 10 \text{ cm} = 7.5 \text{ cm}$ .

O bien, puedes dividir las dimensiones reales entre 60 para obtener  $315 \text{ cm} \div 60 = 5.25 \text{ cm}$  y  $450 \text{ cm} \div 60 = 7.5 \text{ cm}$ .



Escala 1:45



Escala 1:60

35. Simplemente multiplicamos las dimensiones dadas (que están en pulgadas) por la proporción 3 pies/1 pulgada, es decir, las multiplicamos por 3:

$$4 \frac{1}{4} \text{ in} \cdot (3 \text{ ft}/1 \text{ in}) = 12 \frac{3}{4} \text{ ft} \text{ o } 12 \text{ ft } 9 \text{ in, y}$$

$$3 \frac{1}{2} \text{ in} \cdot (3 \text{ ft}/1 \text{ in}) = 10 \frac{1}{2} \text{ ft} \text{ o } 10 \text{ ft } 6 \text{ in.}$$

36. El lado del cuadrado ampliado es  $(4/3) \cdot 15 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$ . Su área es  $20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = \underline{400 \text{ cm}^2}$ .

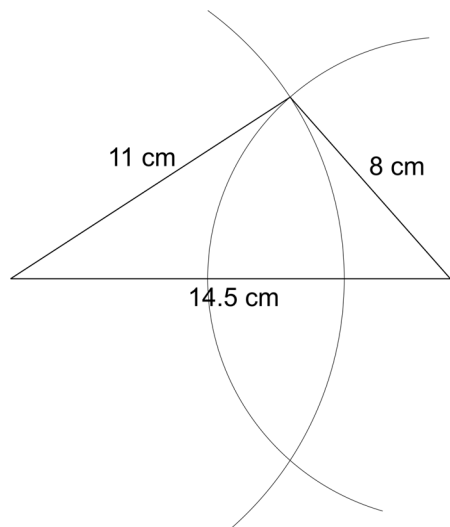
37. a. Área =  $\pi \cdot (8 \text{ cm})^2 \approx 201 \text{ cm}^2$ . Circunferencia =  $\pi \cdot 16 \text{ cm} \approx \underline{50.3 \text{ cm}}$ .

- b. El radio de este círculo más pequeño es  $0.8 \cdot 8 \text{ cm} = 6.4 \text{ cm}$ . Su área =  $\pi \cdot (6.4 \text{ cm})^2 \approx 129 \text{ cm}^2$ .

$$\text{Circunferencia} = \pi \cdot 12.8 \text{ cm} \approx \underline{40.2 \text{ cm}}.$$

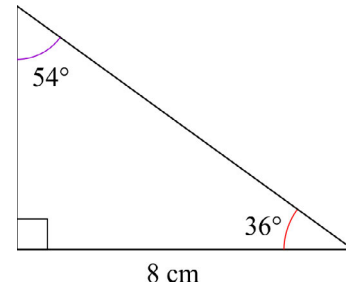
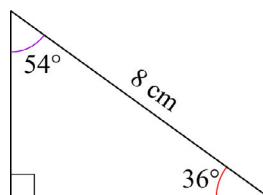
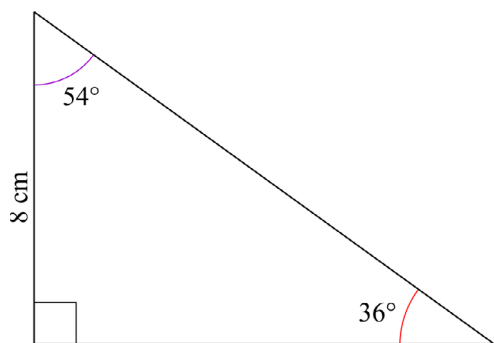
$$\text{c. } \frac{\pi \cdot (6.4 \text{ cm})^2}{\pi \cdot (8 \text{ cm})^2} = \frac{(6.4 \text{ cm})^2}{(8 \text{ cm})^2} = \frac{40.96 \text{ cm}^2}{64 \text{ cm}^2} = 0.64 = \underline{64\%}$$

38. Revisa el dibujo del estudiante. La imagen de abajo no está a escala real, pero el dibujo del triángulo del estudiante debería tener la misma forma que el triángulo de abajo. Solo que será más grande.



39. a. No, no lo hace.

- b. Los tres ángulos dados determinan la forma del triángulo. El lado de 8 cm puede ser opuesto a cualquiera de los ángulos dados, por lo que obtenemos tres triángulos de diferentes tamaños. Las imágenes a continuación no están a escala real, sino que son más pequeñas que en la realidad. Le dan una idea de cómo se ven los tres triángulos. Revise los dibujos del estudiante.



40.  $5x + 2x + 8x = 360$

$15x = 360 \quad | \div 15$

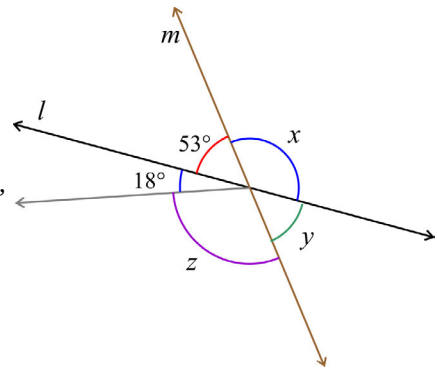
$x = 24$

Los ángulos miden  $5 \cdot 24^\circ = \underline{120^\circ}$ ,  $2 \cdot 24^\circ = \underline{48^\circ}$ , y  $8 \cdot 24^\circ = \underline{192^\circ}$ .

41. a. Hay varias maneras de escribir una ecuación para  $x$ .

(1) Dado que el ángulo  $x$  y el ángulo de  $53^\circ$  son suplementarios,  
 $x + 53^\circ = 180^\circ$ , de cuál  $x = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$ .

(2) El ángulo  $y$  y el ángulo de  $53^\circ$  son ángulos opuestos por el vértice,  
 por lo que  $y = 53^\circ$ . Entonces, el ángulo  $x$  y el ángulo  $y$  son suplementarios,  
 por lo que podemos escribir la ecuación:  
 $x + 53^\circ = 180^\circ$ , y nuevamente  $x = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$ .



b. Hay varias maneras de escribir una ecuación para  $z$ .

(1) Como los ángulos  $y$ ,  $z$  y el ángulo de  $18^\circ$  forman un ángulo llano,  
 sus medidas suman  $180^\circ$ , y podemos escribir  $y + z + 18^\circ = 180^\circ$ .  
 Como  $y$  y el ángulo de  $53^\circ$  son ángulos opuestos por el vértice,  $y = 53^\circ$   
 y podemos sustituir este valor por  $y$  en la ecuación para obtener:

$$\begin{aligned} 53^\circ + z + 18^\circ &= 180^\circ \\ z &= 180^\circ - 53^\circ - 18^\circ \\ z &= 109^\circ \end{aligned}$$

(2) O bien, dado que el ángulo combinado  $z + 18^\circ$  y  $x$  son ángulos opuestos  
 por el vértice,  $z + 18^\circ = x$ . De la parte (a) sabemos que  $x = 127^\circ$ , por lo que  
 la ecuación queda así:

$$\begin{aligned} z + 18^\circ &= 127^\circ \\ z &= 127^\circ - 18^\circ \\ z &= 109^\circ \end{aligned}$$

42. a. La sección transversal es un rectángulo.      b. La sección transversal es un triángulo.  
 c. La sección transversal es un trapecio.

43. a. El techo o la parte superior de toda la cubierta es un prisma triangular. La base del prisma es un triángulo con  
 un lado de 10 ft y una altura de 4 pies, por lo que su área es  $10 \text{ ft} \cdot 4 \text{ ft} / 2 = 20 \text{ ft}^2$ .

El volumen es  $V = A_b \cdot h = 20 \text{ ft}^2 \cdot 14 \text{ ft} = 280 \text{ ft}^3$ .

b. La parte inferior es un prisma rectangular y su volumen es  $10 \text{ ft} \cdot 14 \text{ ft} \cdot 8 \text{ ft} = 1,120 \text{ ft}^3$ .

El volumen total es  $280 \text{ ft}^3 + 1,120 \text{ ft}^3 = \underline{1,400 \text{ ft}^3}$ .

44. Del cubo, debemos sumar las áreas de las cinco caras cuadradas, más la mitad del área de la cara superior:

$$A_{\text{cubo}} = 5 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 / 2 = 20 + 2 = 22 \text{ unidades cuadradas}$$

Del prisma triangular obtendremos la cara superior y tres caras laterales. La cara superior es un  
 triángulo rectángulo con lados de 2 unidades, por lo que su área es  $2 \cdot 2 / 2 = 2 \text{ unidades cuadradas}$ .

Las tres caras laterales tienen un área total de  $2.8 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 5.6 + 4 + 4 = 13.6 \text{ unidades cuadradas}$ .

En total, la superficie de la figura es  $22 + 2 + 13.6 = \underline{37.6 \text{ unidades cuadradas}}$ .

45. a. Una forma es usar la fórmula para el área de un trapecio. Vea la imagen de la derecha.

El área de un trapecio es  $A = (10 \text{ cm} + 15 \text{ cm}) / 2 \cdot 7.5 \text{ cm} = 93.75 \text{ cm}^2$ .

Entonces, el área de los dos trapecios es  $2 \cdot 93.75 \text{ cm}^2 = \underline{187.5 \text{ cm}^2}$ .

Otra forma es restar el área de los dos triángulos blancos del área  
 del cuadrado completo de 15 cm por 15 cm.

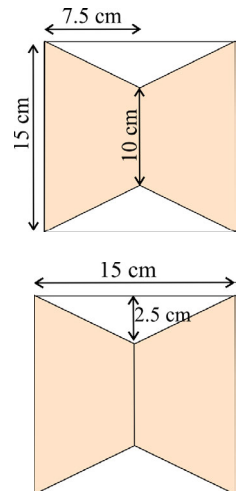
El área de un triángulo es  $15 \text{ cm} \cdot 2.5 \text{ cm} / 2 = 18.75 \text{ cm}^2$ .

El área de los dos trapecios es entonces  $15 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} - 2 \cdot 18.75 \text{ cm}^2 = 187.5 \text{ cm}^2$ .

b. Los trapecios cubren  $187.5 / (15 \cdot 15) \approx \underline{83.3\%}$  de toda la plaza.

46. a.  $V = A_b \cdot h = \pi \cdot (6 \text{ cm})^2 \cdot 4.5 \text{ cm} = 508.938 \text{ cm}^3 \approx \underline{509 \text{ cm}^3}$ .

b. El volumen es  $509 \text{ ml} = 0.509 \text{ L}$ .



47. a. Dado que  $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$ , un pie cúbico tiene un volumen de  $12 \text{ in} \cdot 12 \text{ in} \cdot 12 \text{ in} = \underline{1,728 \text{ in}^3}$ .

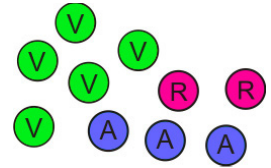
b.  $3 \frac{1}{4} \text{ ft} = 3 \cdot 12 \text{ in} + 3 \text{ in} = 39 \text{ in}$ . El volumen es  $V = (39 \text{ in})^3 = \underline{59,319 \text{ in}^3}$ .

## Probabilidad

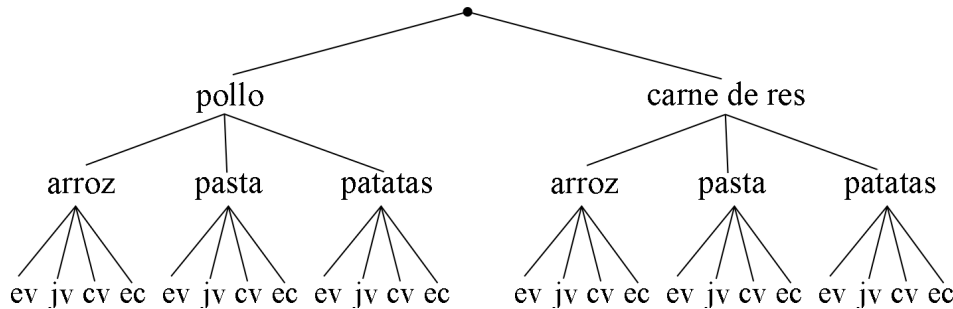
48. a.  $P(\text{no roja}) = 8/10 = 4/5$

b.  $P(\text{azul o roja}) = 5/10 = 1/2$

c.  $P(\text{amarillo}) = 0$



49. a.



b.  $P(\text{carne de res, arroz, ensalada de col}) = 1/24$

c.  $P(\text{ni ensalada de col ni repollo al vapor}) = 12/24 = 1/2$

d.  $P(\text{pollo, ensalada verde}) = 3/24 = 1/8$

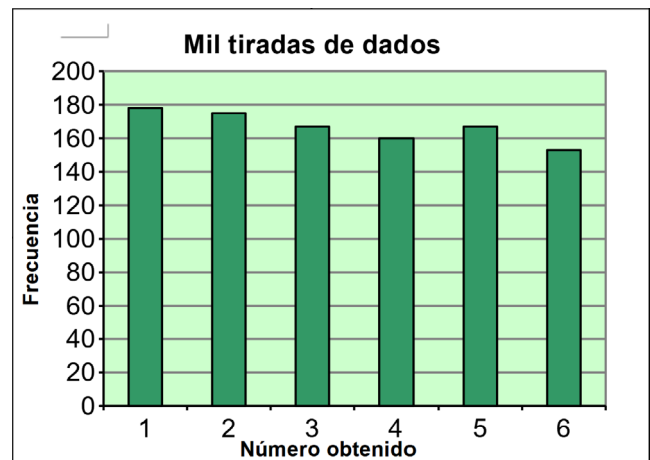
50. Ninguna de las conclusiones (a), (b) o (c) es válida.

(a) Este dado es injusto.

No es válido. En un experimento aleatorio repetido, las frecuencias de los distintos resultados varían, y la variabilidad observada en el gráfico se encuentra dentro de la variación normal. De hecho, los datos provienen de una simulación por computadora que utiliza números aleatorios, y la simulación se ejecutó 1000 veces.

(b) En este dado, siempre obtendrás más 1 que 6.

No es válido. El dado no es necesariamente trucado. Un dado normal podría producir las frecuencias que se ven en la gráfica.



(c) La próxima vez que tires los dados, no sacarás un 4.

No es válido. Lanzar un dado es un experimento aleatorio y podrías obtener un 4 la próxima vez que lo lances.

51. Las respuestas variarán; revise la respuesta del estudiante. Podemos lanzar 10 monedas (o una sola moneda 10 veces) para simular el nacimiento de 10 niños. Cara = niña, y cruz = niño (o viceversa).

Luego, repite ese experimento (lanzar 10 monedas) cientos de veces. Observe cuántas de esas repeticiones incluyen 9 caras y una cruz, lo que significa obtener 9 niñas y un niño. La frecuencia relativa es el número de veces que obtuviste 9 caras y una cruz dividido por el número de repeticiones, y le da un valor aproximado para la probabilidad de tener 9 niñas y 1 niño en 10 nacimientos.

## Estadística

52. El método de muestreo de Cindy es sesgado. Seleccionó estudiantes de su clase, lo que significa que el resto de los estudiantes de la universidad no tuvieron la oportunidad de ser seleccionados en su muestra. Para que un método de muestreo sea imparcial, cada miembro de la población debe tener la misma probabilidad de ser seleccionado en la muestra. (Su método funcionaría si solo estudiara a los estudiantes de su clase).
53. Cuatro personas se postulan para alcalde en una ciudad de aproximadamente 20 000 habitantes. Se realizaron tres encuestas, en cada una de las cuales se preguntó a 150 personas por quién votarían. La tabla muestra los resultados.

|            | Clark | Taylor | Thomas | Wright | Totales |
|------------|-------|--------|--------|--------|---------|
| Encuesta 1 | 58    | 19     | 61     | 12     | 150     |
| Encuesta 2 | 68    | 17     | 56     | 9      | 150     |
| Encuesta 3 | 65    | 22     | 53     | 10     | 150     |

- a. Según las encuestas, podemos predecir que Clark ganará las elecciones. Lidera en dos de las tres encuestas.
- b. Para estimar cuántos votos obtendrá Thomas, utilice el porcentaje promedio de votos que recibió en las tres encuestas. Puede calcularlo como  $((61 + 56 + 53) \div 3) / 150$  o como  $(61/150 + 56/150 + 53/150) \div 3$ . En ambos casos, obtendrá un 37.78 %. Esto nos da la estimación que Thomas obtendría  $0.3778 \cdot 8500 \approx \underline{3200 \text{ votos}}$  en las elecciones reales.
- c. Evaluaremos la desviación de la estimación de 3200 votos utilizando los resultados de cada encuesta.  
 Según la encuesta 1, estimamos que Thomas obtendría  $(61/150) \cdot 8500 \approx 3460$  votos.  
 Según la encuesta 2, estimamos que Thomas obtendría  $(56/150) \cdot 8500 \approx 3170$  votos.  
 Según la encuesta 3, estimamos que Thomas obtendría  $(53/150) \cdot 8500 \approx 3000$  votos.

Si observamos las cifras más altas y más bajas (3000 y 3460), podemos deducir que nuestra estimación de 3200 votos podría estar equivocada por unos cientos de votos.

54. El número total de personas encuestadas por Gabriel es  $45 + 57 + 18 = 120$ .  
 De ellas, el  $45/120 = 37.5\%$  apoya la construcción de la autopista.  
 Esto nos da una estimación de que  $0.375 \cdot 2120 = 795 \approx \underline{800 \text{ hogares}}$  en la comunidad apoyarían la construcción de la autopista.

| Opinión             | Número |
|---------------------|--------|
| Apoyar la carretera | 45     |
| No lo apoyes        | 57     |
| Sin opinión         | 18     |

55. a. Las gallinas del Pastizal 1 parecen pesar más. La mediana para este grupo es de 2.1 kg, frente a la mediana de aproximadamente 1.96 kg para las gallinas del Pastizal 2.
- b. Los rangos intercuartil para ambos grupos son similares. Además, los rangos son similares. Por lo tanto, los pesos de los pollos parecen variar aproximadamente en la misma cantidad en ambos lotes.
- c. Sí, las gallinas del pasto 1 son significativamente más pesadas que las gallinas del pasto 2.

La mediana para el Pasto 1 es de 2.1 kg y para el Pasto 2, de aproximadamente 1.96 kg, una diferencia de unos 0.14 kg. Los rangos intercuartil son de aproximadamente 0.13 kg para ambos grupos. La diferencia en las medianas (aproximadamente 0.14 kg) es mayor que el rango intercuartil (aproximadamente 0.13 kg). Esto también se puede apreciar visualmente. Se trata de poblaciones completas (no muestras), por lo que la diferencia es significativa.