

Relaciones entre ángulos

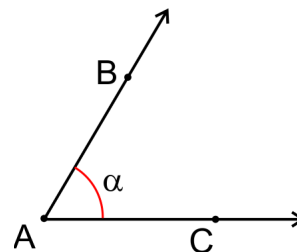
Una **semirrecta** tiene un punto de partida y continúa indefinidamente en una dirección (indicada por una punta de flecha).



Un **ángulo** está formado por dos semirrectas que **parten del mismo punto**, llamado **vértice**. Cada semirrecta es un lado del ángulo.

Podemos denotar el ángulo de la derecha como ángulo BAC, o usando el símbolo “ \angle ” como $\angle BAC$.

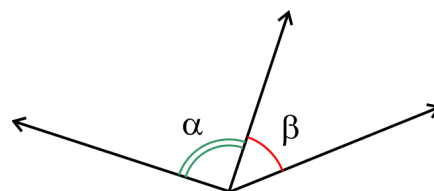
Ten en cuenta que el vértice se coloca en el medio de la notación. Es decir, $\angle BAC$ y no $\angle ABC$. También podríamos nombrarlo $\angle CAB$.



En matemáticas, a menudo también denotamos ángulos con las letras iniciales del alfabeto griego: α (alfa), β (beta), γ (gamma) y δ (delta). Entonces, $\angle BAC$ también se puede llamar ángulo α .

Dos ángulos son adyacentes si tienen **un vértice en común** y **comparten un lado**.

En la imagen de la derecha, $\angle \alpha$ y $\angle \beta$ son ángulos adyacentes.



1. ¿Cuántos ángulos ves en la imagen? _____

¿Cuántos grados miden estos ángulos?

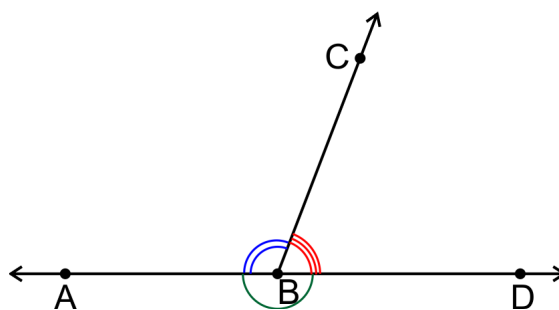
$\angle ABC =$ _____ $^\circ$

$\angle CBD =$ _____ $^\circ$

$\angle ABD =$ _____ $^\circ$

¿Cuál es la suma de $\angle ABC$ y $\angle CBD$? _____ $^\circ$

¿Cuál es la suma de los tres ángulos? _____ $^\circ$



2. Mide los ángulos y calcula su suma.

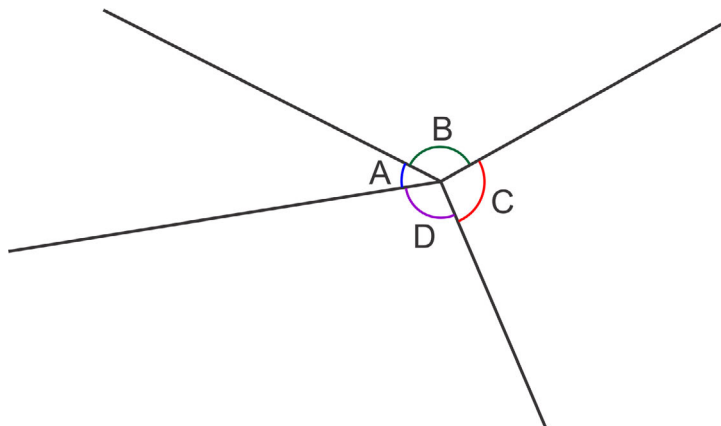
$\angle A =$ _____ $^\circ$

$\angle B =$ _____ $^\circ$

$\angle C =$ _____ $^\circ$

$\angle D =$ _____ $^\circ$

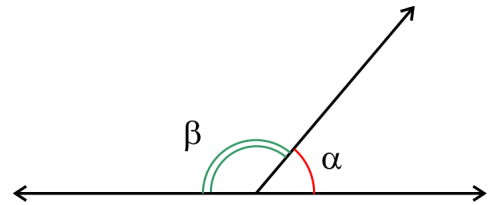
Suma de los ángulos = _____ $^\circ$



Los ángulos $\angle\alpha$ y $\angle\beta$ en esta imagen son adyacentes y forman un ángulo llano (un ángulo de 180 grados). Se les llama **ángulos suplementarios**.

Dos ángulos son suplementarios si su suma es **180 grados**:

$$\angle\alpha + \angle\beta = 180^\circ$$

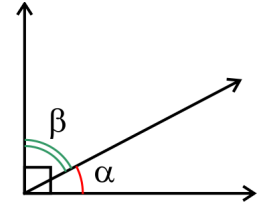


Los ángulos $\angle\alpha$ y $\angle\beta$ en esta imagen son adyacentes y forman un ángulo recto; estos se llaman **ángulos complementarios**. Dos ángulos son complementarios si su **suma es 90 grados**:

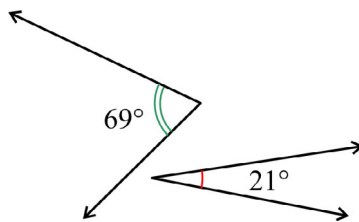
$$\angle\alpha + \angle\beta = 90^\circ$$

También podemos decir, α complementa a β .

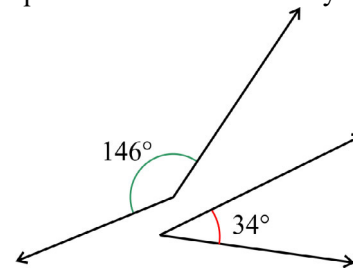
Aquí hay una mnemotécnica para ayudarte a recordar la diferencia: los ángulos Complementarios forman un rinCón (un ángulo recto).



Ni los ángulos suplementarios ni los ángulos complementarios tienen que ser necesariamente adyacentes.



Estos siguen siendo ángulos complementarios, porque $21^\circ + 69^\circ = 90^\circ$.

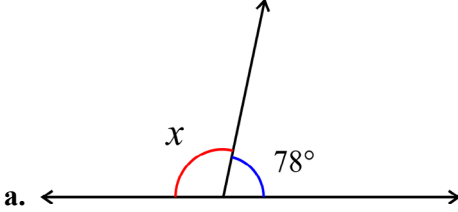
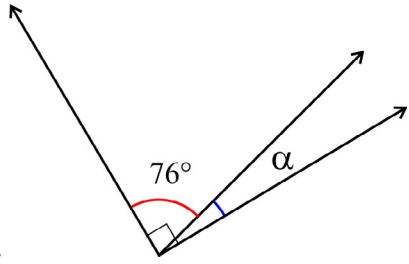


Estos siguen siendo ángulos suplementarios, porque $146^\circ + 34^\circ = 180^\circ$.

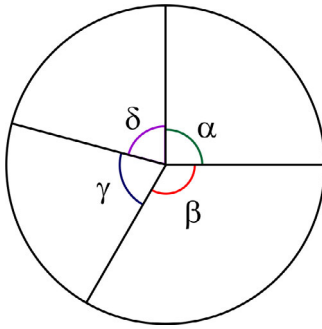
3. **a.** Dibuja un ángulo de 38° . Luego, dibuja un ángulo adyacente que lo complementa.

b. Dibuja un ángulo de 82° . Luego, dibuja un ángulo adyacente que lo suplementa.

4. Escribe una ecuación para cada uno de los ángulos desconocidos. Luego, resuélvelo (no midas ningún ángulo).

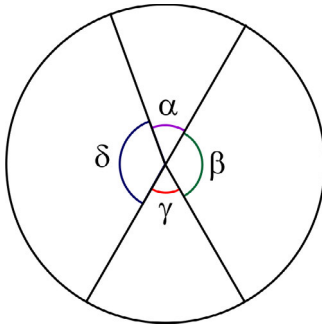
 <p>a.</p>	 <p>b.</p>
Ecuación para x : _____	Ecuación para α : _____
Solución: _____	Solución: _____

5. Calcula las entradas que faltan en la tabla sin medir ningún ángulo. Recuerda: un círculo completo da 360° .



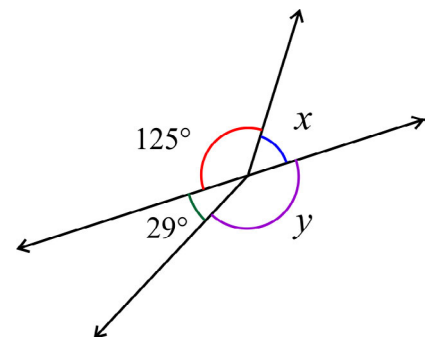
Ángulo	Grados	Fracción	Porcentaje
α		$1/4$	
β	120°		
γ			
δ	75°		

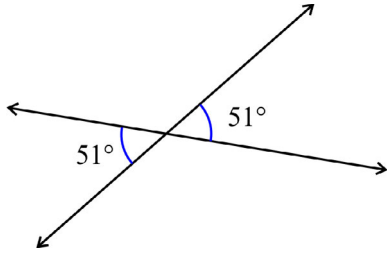
6. Averigua las entradas que faltan en la tabla sin medir ningún ángulo.



Ángulo	Grados	Fracción	Porcentaje
α	50°		
β			
γ		$1/6$	
δ			

7. ¿Cuál es el valor de $x + y$?

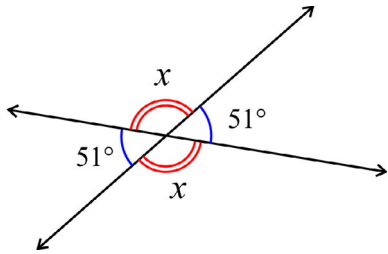




Ángulos opuestos por el vértice

Cuando dos rectas se cortan, forman cuatro ángulos. Los dos ángulos opuestos se llaman **ángulos opuestos por el vértice**.

Los ángulos opuestos son **congruentes** (sus ángulos miden lo mismo).

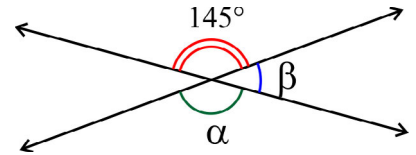


Ejemplo 1. En esta imagen, ves dos pares de ángulos opuestos. ¿Cuánto mide el ángulo x ?

Observa que el ángulo x y el ángulo de 51° son suplementarios (forman una línea recta), lo que significa que $x + 51^\circ = 180^\circ$. De eso obtenemos $x = 180^\circ - 51^\circ = 129^\circ$.

8. Encuentra las medidas de los ángulos α y β sin medirlos.

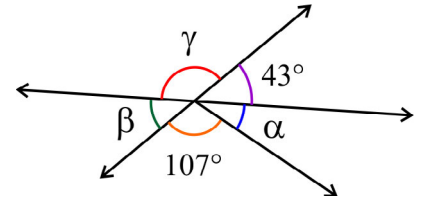
$\angle\alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \angle\beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$



9. a. Encuentra un par de ángulos opuestos en la figura.

b. Escribe una ecuación para α y resuélvela.

Pista: busca ángulos que formen una línea recta.



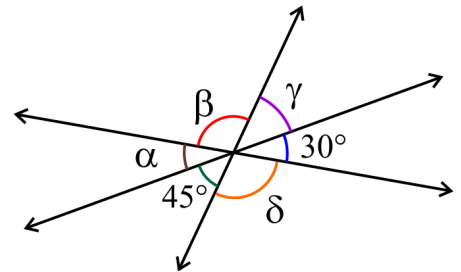
c. ¿Cuál es la medida de $\angle\gamma$?

10. Calcula las medidas de los ángulos α , β , γ y δ .

Pista: busca ángulos opuestos por el vértice y ángulos que formen una línea recta.

$\angle\alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \angle\beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

$\angle\gamma = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \angle\delta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

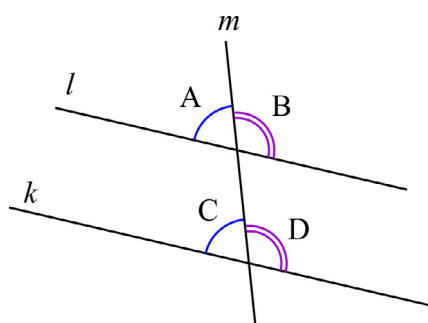
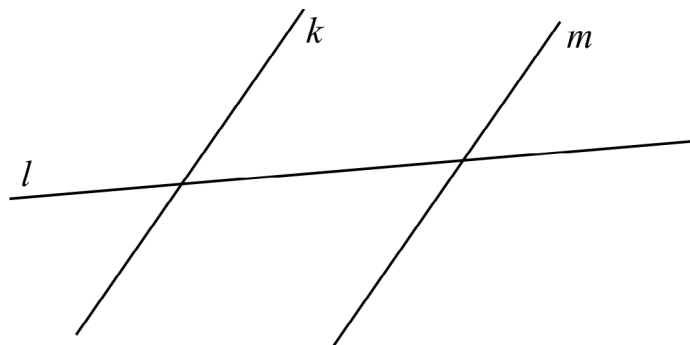


11. En esta figura, las rectas k y m son paralelas y la recta l interseca ambas rectas.

a. Indica todos los pares de ángulos opuestos en la figura.

b. Mide o calcula los ocho ángulos. Márcalos en la figura.

¿Que notaste?



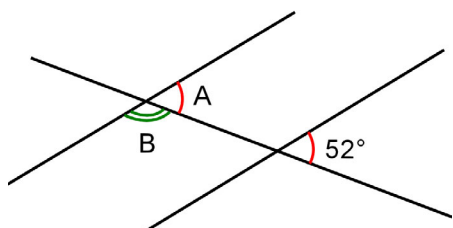
Las rectas l y k son paralelas y la recta m interseca ambas rectas.

A los ángulos A y C los llamamos **ángulos correspondientes** porque están orientados en el mismo sentido al hacer coincidir las “esquinas”.

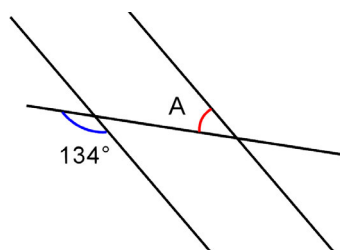
Los ángulos B y D también son ángulos correspondientes.

Como las semirrectas que los forman son paralelas, **los ángulos correspondientes son iguales**.

12. Un ángulo está dado. Encuentra las medidas de los ángulos marcados sin medirlos.



a. $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

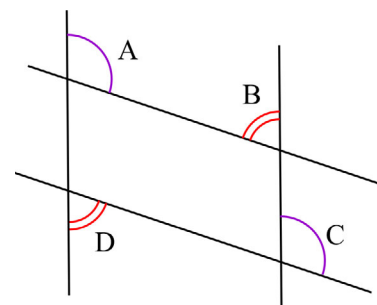


b. $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

13. a. Esta figura tiene *dos* pares de rectas paralelas, y el ángulo A = 109° . Encuentra las medidas de los otros ángulos razonando.

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

b. ¿Qué polígono familiar se forma en el medio?



14. Encuentra las medidas de los ángulos A, B y C en este paralelogramo utilizando tu razonamiento.

