

Figuras similares y la escala

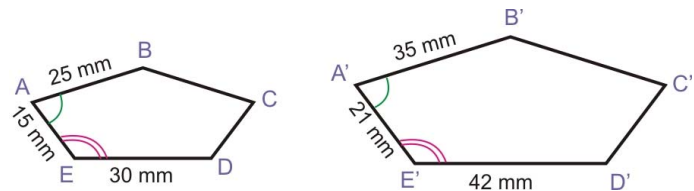
Con polígonos, podemos expresar el “estirar igualmente en todas direcciones” en términos matemáticos. Dos polígonos son similares si lo siguiente sea verdadero:

- Los ángulos correspondientes en los dos polígonos son congruentes (iguales);
- Los lados correspondientes en los dos polígonos están en la misma razón.

Esta razón se llama *razón de semejanza* o sólo *escala*.

Ejemplo. Los pentágonos ABCDE y A'B'C'D'E' son similares. Sus ángulos son congruentes. Esto significa que $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, etc.

También, sus lados correspondientes están en la misma razón.



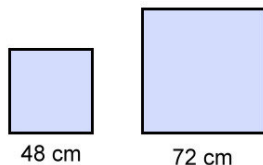
Por ejemplo, la razón $\overline{AB} : \overline{A'B'}$ es 25:35, la cual se simplifica a 5:7. La razón $\overline{AE} : \overline{A'E'}$ es 15:21, la cual se simplifica a 5:7. Y etc. Cada par de lados correspondientes está en la razón de 5:7.

Entonces, la *escala* entre el pentágono menor y el pentágono mayor es 5:7. Nota que también podemos invertir la razón, y decir que la escala entre el pentágono mayor y el pentágono menor es 7:5.

1. Escribe las razones entre los lados correspondientes de estas figuras similares. Simplifica las razones.

<p>a.</p> <p>$\overline{AB} : \overline{A'B'} =$</p> <p>$\overline{BC} : \overline{B'C'} =$</p>	<p>b.</p> <p>$\overline{AB} : \overline{A'B'} =$</p> <p>$\overline{AC} : \overline{A'C'} =$</p>
--	--

2. Encuentra la escala.



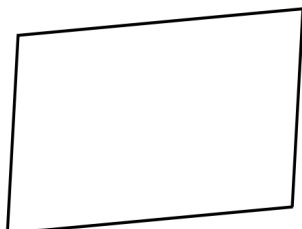
3. Los lados de un triángulo miden 5 pies, 3 pies y 4 pies.
Los lados de otro miden 10 pies, 5 pies y 8 pies.
¿Son similares los triángulos?

Algunas veces, escribimos la escala como un sólo número decimal.

Ejemplo. La escala entre dos figuras similares es $7:5 = 7/5 = 1.4$. Escribir la escala como un sólo número 1.4 significa que la figura mayor es 1.4 veces el tamaño de la figura menor. El número 1.4 es fácil utilizar en cálculos de longitudes de lados.

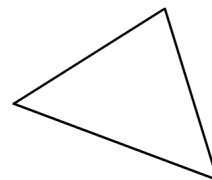
O, si miramos la escala de la figura menor a la figura mayor, es $5:7 = 5/7 \approx 0.71$. Esto significa que la figura menor es $5/7$ o aproximadamente 0.71 veces el tamaño de la figura mayor.

4. Dibuja una copia menor de este paralelogramo. Dibuja cada lado exactamente 0.7 tan largo como los lados en el original.



5. La escala entre dos rectángulos es 2:5.
Los lados del menor miden 6 cm y 8 cm.
¿Cuánto miden los lados del mayor?
6. La escala entre dos paralelogramos es 2:3.
Los lados del mayor miden 36 mm y 48 mm.
¿Cuánto miden los lados del menor?
7. El radio de un círculo es 5.5 cm, y el radio de otro es 10.4 cm. ¿Son similares los círculos?

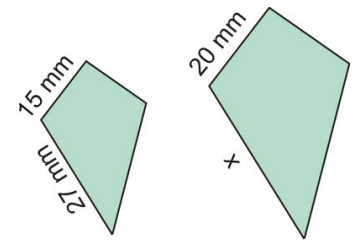
8. Cuando sigues estas instrucciones, ¿es el triángulo resultante similar al original, congruente, o ninguno de los dos?
- Dibujas una copia de este triángulo, pero mientras de dibujar, tu hoja está al revés.
 - Dibujas un triángulo nuevo utilizando las mismas medidas angulares como en este triángulo pero longitudes diferentes para los lados.
 - Dibujas un triángulo nuevo utilizando *uno* de las medidas angulares del triángulo original pero los otros dos ángulos no son iguales.
 - Dibujas un triángulo nuevo así que sus lados son exactamente 2.4 veces más largos que los lados del triángulo original.



Ejemplo. Las dos cometas son similares. Encuentra la longitud del lado señalado con “x”.

Solución 1. Las dos razones que conseguimos de los dos pares de lados correspondientes son iguales, entonces podemos escribir una proporción:

$$\begin{aligned} \frac{20 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} &= \frac{x}{27 \text{ mm}} \\ 15x &= 20 \times 27 \text{ mm} \\ 15x &= 540 \text{ mm} \\ \frac{15x}{15} &= \frac{540 \text{ mm}}{15} \\ x &= 36 \text{ mm} \end{aligned}$$



Solución 2.

La escala entre la cometa mayor y la cometa menor es $20:15 = 4:3$. Como un sólo número, está razón es $4:3 = 4/3$. Por eso, la longitud desconocida es $4/3 \times 27 \text{ mm} = 36 \text{ mm}$.

9. Las figuras son similares. Calcula la longitud del lado señalado con “x”.

